
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Second Semester Examination
2015/2016 Academic Session

June 2016

CPT115 – Mathematical Methods for Computer Science
[Kaedah Matematik bagi Sains Komputer]

Duration : 2 hours
[Masa : 2 jam]

INSTRUCTIONS TO CANDIDATE:

[ARAHAN KEPADA CALON:]

- Please ensure that this examination paper contains **FOUR** questions and **ONE** Appendix in **NINE** printed pages before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** soalan dan **SATU** Lampiran di dalam **SEMBILAN** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

- Answer **ALL** questions.

*[Jawab **SEMUA** soalan.]*

- You may answer the questions either in English or in Bahasa Malaysia.

[Anda dibenarkan menjawab soalan sama ada dalam bahasa Inggeris atau bahasa Malaysia.]

- In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.]

- 1 (a) Let $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$. Find a column vector B such that the product AB is a column vector $\begin{bmatrix} b \\ e \\ h \end{bmatrix}$, the middle column of A .

Biarkan $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$. Cari ruangan vektor B supaya pendaraban AB ialah satu lajur vektor $\begin{bmatrix} b \\ e \\ h \end{bmatrix}$, iaitu lajur tengah A .

(5/100)

- (b) Use determinants to decide if the following matrix A is invertible. If it is invertible, find the middle row of its cofactor matrix.

Gunakan penentu untuk memutuskan jika matrik A berikut boleh disongsangkan. Jika ia boleh disongsangkan, cari baris tengah bagi matrik kofaktor itu.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \\ 0 & -4 & -5 \end{bmatrix}$$

(10/100)

- (c) Given the following system of linear equations:

Diberikan sistem persamaan linear berikut:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 2 \\ 2x + 3y - z &= 8 \\ x - y - z &= -8 \end{aligned}$$

- (i) Prove that they are consistent.

Buktikan bahawa kesemuanya adalah konsisten.

- (ii) Solve them using Gaussian elimination method.

Selesaikannya mereka dengan menggunakan kaedah penghapusan Gaussian.

(10/100)

2. (a) For the vectors $V_1 = \{5, -3, 8, -2\}$ and $V_2 = \{4, -4, -6, 1\}$, find

Untuk vektor-vektor $V_1 = \{5, -3, 8, -2\}$ dan $V_2 = \{4, -4, -6, 1\}$, cari

- (i) L1 Norm distance,

Jarak norm L1,

- (ii) L2 Norm distance,

Jarak norm L2,

- (iii) Dot product,

Pendaraban Dot,

- (iv) Cosine Distance.

Jarak Kosinus.

(8/100)

- (b) If $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ is the eigen vector of the matrix $\begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 3 \end{bmatrix}$, find the corresponding eigen value.

Jika $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ ialah vektor eigen bagi matrik $\begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 3 \end{bmatrix}$, cari nilai eigen yang sepadan.

(5/100)

- (c) (i) What are the principal components of a dataset? Give a conceptual explanation.

Apakah komponen-komponen utama bagi satu set data? Berikan penjelasan berdasarkan konsep.

- (ii) What are the objectives of performing Principal Component Analysis (PCA) on a dataset?

Apakah objektif-objektif melaksanakan Analisis Komponen Utama (PCA) pada satu set data?

(6/100)

- (d) Given $z = -1 + 3i$, $w = 2 + i$, find

Diberikan $z = -1 + 3i$, $w = 2 + i$, cari

(i) $\frac{z}{w}$.

(ii) z^{20} .

(6/100)

3. (a) With justifications, classify the following differential equation as

Dengan justifikasi, kelaskan perbezaan persamaan berikut sebagai

$$y \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + 5y = e^{-2t}$$

- (i) linear or non-linear.

linear atau bukan linear.

- (ii) ordinary or partial.

biasa atau separa.

(5/100)

- (b) Lagrangian polynomial method is one of the standard approaches to interpolate unevenly spaced data. For instance, to fit a second order equation with three data points, (x_0, y_0) , (x_1, y_1) and (x_2, y_2) , the Lagrangian formula takes the following form:

Kaedah polinomial Lagrangian adalah salah satu pendekatan piawai untuk interpolasi data yang jaraknya tidak sekata. Sebagai contoh, untuk memenuhi persamaan peringkat kedua dengan tiga titik data, (x_0, y_0) , (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) , formula Lagrangian mengambil bentuk berikut:

$$y = \frac{((x-x_1)(x-x_2))/((x_0-x_1)(x_0-x_2))}{((x-x_0)(x-x_1))/((x_2-x_0)(x_2-x_1))}y_0 + \frac{((x-x_0)(x-x_2))/((x_1-x_0)(x_1-x_2))}{((x-x_0)(x-x_1))/((x_2-x_0)(x_2-x_1))}y_1 + \frac{((x-x_0)(x-x_1))/((x_2-x_0)(x_2-x_1))}{((x-x_0)(x-x_1))/((x_2-x_0)(x_2-x_1))}y_2 \quad (1)$$

- (i) Use equation (1) to state the Lagrangian formula for the case of interpolating a missing value for a given set of four data points.

Gunakan persamaan (1) untuk menyatakan formula Lagrangian bagi kes menginterpolasi satu nilai yang hilang bagi satu set data empat titik.

- (ii) Hence find the missing term (?) in the following table using Lagrange's interpolation.

Seterusnya cari tempoh (nilai) yang hilang (?) dalam jadual berikut dengan menggunakan interpolasi Lagrange.

x	0	1	2	3	4
y	1	3	?	31	81

(10/100)

- (c) (i) You are required to apply first principles to differentiate the curve represented by

Anda dikehendaki menggunakan prinsip pertama untuk membezakan keluk yang diwakili oleh

$$y = 4x^2 + 5x - 3.$$

- (ii) Hence, find the gradient value of the curve $y = 4x^2 + 5x - 3$ at the location $x = 3$.

Seterusnya, cari nilai kecerunan lengkung $y = 4x^2 + 5x - 3$ pada lokasi $x = 3$.

(5/100)

- (d) In a computer simulation, an agent's velocity (v) was observed for a short time (t) frame of two seconds and the data gathered is tabulated below.

Dalam suatu simulasi komputer, halaju ejen (v) diperhatikan untuk tempoh masa yang singkat (t) iaitu dua saat dan data yang terkumpul dijadualkan seperti di bawah.

Time : t (s)	1	1.5	2
Velocity: v (m/s)	0.5	0.3077	0.2

Determine the area under the v/t graph (no need to sketch the graph) by applying the trapezoidal rule with two sub-intervals; Integration of a function using trapezoidal rule is given by:

(interval/2) [Sum of the first and last ordinates + 2 (sum of the remaining ordinates)]

Tentukan kawasan di bawah graf v/t (tidak perlu lakarkan graf) dengan menggunakan peraturan trapezoid dengan dua sub-selang; Integrasi fungsi menggunakan peraturan trapezoid adalah seperti berikut:

(selang/2) [Jumlah ordinat pertama dan terakhir + 2 (jumlah ordinat baki)]

(5/100)

4. (a) Define the following terms:

Takrifkan istilah-istilah berikut:

- (i) Probability distribution

Taburan kebarangkalian

- (ii) Probability mass function

Fungsi jisim kebarangkalian

- (iii) Probability density function

Fungsi ketumpatan kebarangkalian

(3/100)

- (b) An organization buys computer accessories from six different suppliers. The percentage of the total number of accessories obtained from each supplier, along with the probability that an accessory purchased from that supplier is defective, is shown in the following table:

Sebuah organisasi membeli aksesori komputer daripada enam pembekal yang berbeza. Peratus jumlah bilangan aksesori yang diambil daripada setiap pembekal, bersama-sama dengan kebarangkalian bahawa satu aksesori yang dibeli daripada pembekal adalah rosak, ditunjukkan dalam jadual berikut:

Supplier number <i>Nombor pembekal</i>	Percentage of supply <i>Peratus bekal</i>	Probability of defective accessories <i>Kebarangkalian aksesori rosak</i>
1	5%	0.04
2	12%	0.02
3	16%	0.07
4	23%	0.01
5	35%	0.03
6	9%	0.05

- (i) Estimate the probability that a defective accessory could be from supplier 5.

Anggarkan kebarangkalian bahawa aksesori yang rosak mungkin daripada pembekal 5.

- (ii) Provide appropriate conclusion about supplier 5 by interpreting the above result with suitable justifications.

Berikan kesimpulan yang sesuai mengenai pembekal 5 dengan menafsirkan keputusan di atas dengan justifikasi yang sesuai.

(6/100)

- (c) In a health related survey, data pertaining to respondents' daily hours of watching TV, mobile uploads or using computer (three entities) has been recorded; Respondents' were asked to choose their response with one of the numbers from 0 through 6 (corresponding to the numbers of hours of use). The following table gives the outcomes of this study with the probability $P(x)$ of each outcome x .

Dalam kaji selidik berkaitan kesihatan, data yang berkaitan dengan jumlah jam setiap hari responden menonton TV, muat naik menggunakan telefon bimbit atau menggunakan komputer (tiga entiti) telah direkodkan; Responden diminta memilih jawapan mereka dengan salah satu nombor dari 0 hingga 6 (yang sepadan dengan bilangan jumlah jam penggunaan). Jadual berikut menunjukkan hasil kajian ini dengan kebarangkalian $P(x)$ bagi setiap hasil x .

x	0	1	2	3	4	5	6
P(x)	0.11	0.15	0.25	0.17	0.11	0.19	0.02

- (i) Define "Expected value" with suitable variables.

Takrifkan "Nilai dijangka" dengan pemboleh ubah yang sesuai.

- (ii) Apply "Expected value" to estimate the overall hours a respondent would spare his/her time altogether with respect to all the three entities per day.

Gunakan "Nilai dijangka" untuk menganggarkan waktu keseluruhan responden akan memperuntukkan kesemua masa beliau berhubung dengan ketiga-tiga entiti untuk setiap hari.

(7/100)

- (d) Suppose that the average customers consulting a cyber-security expert per quarter during the year 2015 is 28 and the corresponding standard deviation is 2. Assume that the variable under this study is normally distributed.

Andaikan purata pelanggan berunding dengan seorang pakar keselamatan siber setiap suku tahun sepanjang tahun 2015 adalah 28 dan sisihan piawai yang sepadan ialah 2. Andaikan pemboleh ubah yang dikaji ini adalah bertaburan normal.

- (i) Find the probability that the number of customers that could reach between 27 and 31 during any particular quarter of the following year (2016).

Cari kebarangkalian bahawa bilangan pelanggan yang boleh mencecah antara 27 dan 31 semasa mana-mana suku tahun pada tahun berikutnya (2016).

- (ii) The formula to transform the original variable to a standard normal distribution is given by:

Formula untuk mengubah pemboleh ubah asal kepada suatu taburan normal piawai diberikan oleh:

$$Z = (X - \mu) / \sigma.$$

In the above formula state in words what each of the variables represent?

Dalam pernyataan formula di atas, apakah yang diwakili oleh setiap pemboleh ubah wakili?

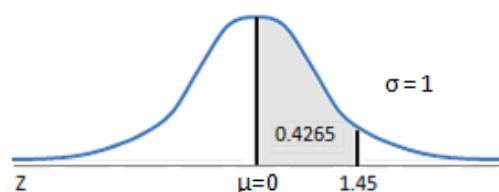
Note: Refer to the table given in the appendix, which tabulates statistical measures relevant to the problem.

Nota: Sila rujuk jadual yang diberikan dalam lampiran, yang menjadualkan kaedah statistik yang berkaitan dengan masalah ini.

(9/100)

This table provides the area between the mean and some Z score.

For example, when Z score = 1.45 the area = 0.4265.



Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000